

Προχωρημένη Ρευστομηχανική

Ακαδημαϊκό Έτος 2020-2021

3^η Σειρά Εργασιών

Ημερ/νία Παράδοσης: 28/12/2020

Προβλημα 1.

Θεωρήστε τη ροή που απεικονίζεται στο Σχήμα 1. Αρχικά το ρευστό βρίσκεται σε ηρεμία και η ροή στην ορθογωνική κοιλότητα δημιουργείται από το άνω τοίχωμα, το οποίο μετακινείται από τα αριστερά προς τα δεξιά, με σταθερή ταχύτητα, U . Λόγω της παρουσίας των τοιχωμάτων στο αριστερό και δεξί άκρο της κοιλότητας, η μέση οριζόντια ταχύτητα στην κοιλότητα είναι μηδενική (η καθαρή ροή μάζας στη x διεύθυνση είναι μηδενική). Θεωρήστε ότι η κοιλότητα είναι λεπτή, επομένως θεωρήστε ότι η ροή είναι μονοδιάστατη κατά τη x διεύθυνση και αγνοήστε τη ροή κατά τη z δ/νση. Επίσης θεωρήστε ότι το ρευστό στην κοιλότητα είναι ασυμπίεστο και Νευτωνικό.

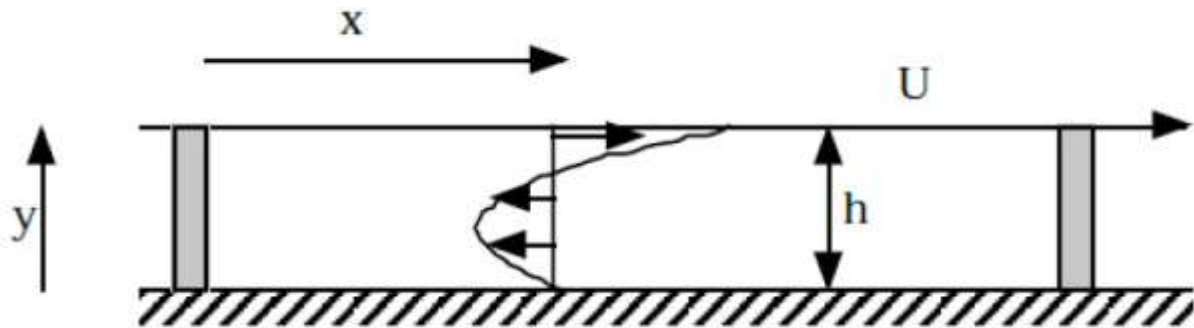
(α) Γράψτε τη Navier-Stokes στη διεύθυνση της ροής και στην κεντρική περιοχή της κοιλότητας. Διατυπώστε την αρχική συνθήκη, τις συνοριακές συνθήκες, και τη Navier-Stokes σε αδιάστατη μορφή.

(β) Βρείτε τη λύση μόνιμης κατάστασης, $v_{x,\infty}$.

(γ) Με τη μέθοδο του χωρισμού των μεταβλητών λύστε το μεταβατικό πρόβλημα. Γράψτε τη λύση ως σύνθεση μιας ασυμπτωτικής λύσης (μόνιμη κατάσταση), $v_{x,\infty}$ και μιας χρονικά μεταβαλλόμενης λύσης, $v_{x,t}$.

Υπολογίστε τη βαθμίδα της πίεσης (κατά τη x δ/νση) λαμβάνοντας υπόψη ότι η μέση οριζόντια ταχύτητα στην κοιλότητα είναι μηδενική.

(δ) Απεικονίστε την κατανομή της αδιάστατης ταχύτητας ως προς την κατακόρυφη αδιάστατη απόσταση y^* για αδιάστατους χρόνους $t^*=0.001, 0.01, 0.1$ καθώς την αδιάστατη ταχύτητα σε μόνιμη κατάσταση.



Σχήμα 1. Γραφική απεικόνιση της ροής σε κοιλότητα με κινούμενο άνω όριο.

Πρόβλημα 2.

Ένα νευτωνικό ασυμπίεστο ρευστό βρίσκεται σε ηρεμία πάνω από μια οριζόντια πλάκα και καταλαμβάνει το χώρο $y \in [0, \infty)$. Ξαφνικά, η πλάκα τίθεται σε κίνηση με μια σταθερή οριζόντια ταχύτητα, v_0 . Θεωρήστε ότι η ροή είναι διδιάστατη (στο επίπεδο $x - y$) και η κλίση της πίεσης και της ταχύτητας κατά την οριζόντια διεύθυνση είναι μηδενική.

(α) Γράψτε την εξίσωση Navier-Stokes στη διεύθυνση της ροής, καθώς και την αρχική και τις συνοριακές συνθήκες.

(β) Εφαρμόστε τη μέθοδο της ομοιοτυπίας για να μετατρέψετε τη μερική διαφορική εξίσωση που προέκυψε από το ερώτημα (α) σε συνήθη διαφορική εξίσωση.

(γ) Επιλύστε τη συνήθη διαφορική εξίσωση και υπολογίστε το ύψος, δ , από την κινούμενη πλάκα στο οποίο $\frac{v_x}{v_0} = 0.01$ (ως συνάρτηση του χρόνου και ιδιοτήτων του ρευστού).